

Міністерство освіти і науки України  
Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу  
Бурштинський енергетичний коледж

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Директор коледжу  
\_\_\_\_\_ О.Д.Джура  
«30» \_\_\_\_\_ 08 \_\_\_\_\_ 2016 р

**НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА**  
**З ДИСЦИПЛІНИ «Вища математика»**

Підготував викладач:

Перів С.М.

## Програма з дисципліни «Вища математика»

розроблена згідно зі стандартом вищої освіти для навчальних закладів

II-го рівня акредитації.

**Укладач:** Перів С.М., викладач Бурштинського енергетичного коледжу Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Програма обговорена і  
схвалена на засіданні  
Науково-методичної ради  
коледжу  
Протокол № 1  
від 30. 08. 2016 р.

Голова Науково-методичної  
ради:  
\_\_\_\_\_ О.В.Подолькіна

## **ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА**

Математика з її логічним й обчислювальним апаратом є потужним засобом розв'язування прикладних задач, інструментом кількісних розрахунків. Без застосування основних методів математики не можливо уявити науково обґрунтовані способи прогнозування розвитку ефективних економічних систем і прийняття оптимальних управлінських рішень.

Основна мета навчальної дисципліни “Вища математика” — ознайомити студентів з основами сучасного математичного апарату необхідного для розв'язування теоретичних і прикладних завдань екології; сформулювати в них уміння виконувати математичний аналіз екологічних систем; сприяти розвитку логічного мислення.

Знання, здобуті при вивченні вищої математики, широко застосовуються у навчальних курсах теорії ймовірностей та математичної статистики, математичного програмування, в інших спеціалізованих дисциплінах.

Навчальна програма містить необхідний мінімум знань з таких розділів математики: лінійна і векторна алгебра, аналітична геометрія, диференціальне та інтегральне числення, диференціальні рівняння. Обсяг часу необхідний для опанування цієї дисципліни, становить 81 академічну годину.

### **ВИМОГИ ДО МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ СТУДЕНТІВ**

Після вивчення курсу “Вища математика” студенти повинні **знати**:

- означення матриці, оберненої матриці, операцій над матрицями, рангу матриці;
- означення визначника матриці другого, третього і  $n$  го порядків, властивості визначників матриці;
- загальні методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь (матричний метод, метод Крамера, метод Гаусса, метод Жордана-Гаусса);
- умови сумісності та визначеності системи лінійних алгебраїчних рівнянь;
  - означення вектора та лінійних операцій над векторами;
- означення колінеарних і компланарних векторів; умови колінерності і компланарності векторів;
  - означення скалярного, векторного і мішаного добутків векторів;
- означення лінійно залежної і лінійно незалежної системи векторів;
- означення декартової системи координат на площині і у просторі;
- основні види рівнянь прямої на площині і у просторі; умови, що визначають взаємне розміщення прямих на площині і в просторі;
- основні види рівнянь площини в просторі; умови, що визначають взаємне розміщення прямої і площини, двох площин у просторі;
- рівняння ліній другого порядку на площині (кола, еліпса, гіперболи, параболи); загальне рівняння лінії другого порядку на площині;
- означення функції однієї змінної, області визначення і області значень функції, парної і непарної, зростаючої і спадної, періодичної, обмеженої, оберненої, складеної функцій;
- означення послідовності, границі послідовності, властивості границь послідовностей;
- означення границі функції в точці, властивості границь; важливі границі;
- різні означення неперервної функції в точці; означення неперервної функції на проміжку;
- означення похідної та диференціалу функції однієї змінної, правила диференціювання, основні теореми диференціального числення;
- необхідні і достатні умови екстремуму функції однієї змінної;
- означення невизначеного, визначеного інтегралів, їх основні властивості;

- основні методи інтегрування;
- основні застосування визначеного інтеграла до розв'язування прикладних задач;
- означення диференціального рівняння, загального і частинного розв'язку диференціального рівняння;
- методи розв'язування основних видів диференціальних рівнянь першого порядку (рівнянь з відокремлюваними змінними, однорідних і лінійних диференціальних рівнянь);

Студенти повинні **вміти**:

- виконувати операції над матрицями (транспонувати, додавати і віднімати, множити матриці); знаходити ранг матриці, обернену матрицю;
  - обчислювати визначники другого, третього і вищих порядків;
- розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь різними методами (матричним методом, методом Крамера, методом Гаусса, методом Жордана-Гаусса);
- застосовувати елементи теорії матриць до розв'язування прикладних задач;
- виконувати дії над векторами; застосовувати вектори до розв'язування геометричних і прикладних задач;
  - визначати лінійну залежність та лінійну незалежність векторів;
  - розкладати вектор за будь-яким базисом;
  - досліджувати вектори на колінеарність і компланарність;
  - визначати кут між векторами;
  - знаходити скалярний, векторний і мішаний добутки векторів;
- складати різні види рівнянь прямої на площині і у просторі та застосовувати їх до розв'язування задач;
- визначати взаємне розміщення двох прямих на площині і в просторі;
  - знаходити кут між прямими на площині та в просторі;
- знаходити відстань від точки до прямої, відстань між мимобіжними прямими;
- зводити загальні рівняння ліній другого порядку до канонічного вигляду;
- знаходити область визначення та область значень функції однієї та багатьох змінних;
- досліджувати функцію на парність і непарність, монотонність, періодичність, обмеженість, неперервність; встановлювати характер точок розриву функції;
  - обчислювати границі послідовностей і функцій;
- обчислювати похідну диференціал, частинні похідні та повні диференціали функцій;
  - виконувати повне дослідження функції та будувати її графік;
  - знаходити невизначені, визначені інтеграли;
- застосовувати визначений інтеграл для обчислення площ фігур, довжин ліній, об'ємів і площ поверхонь тіл обертання;
- знаходити загальні та частинні розв'язки диференціальних рівнянь першого порядку;

**ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН**  
**дисципліни**  
**“ВИЩА МАТЕМАТИКА”**

№п/ п.	Назва змістового модуля та теми	
1	2	
	<b>Змістовий модуль I. Основи лінійної та векторної алгебри</b>	
1	Матриці та операції над ними	
2	Визначники	
3	Системи лінійних алгебраїчних рівнянь	
4	Вектори. Лінійна залежність та лінійна незалежність векторів Розклад вектора за базисом. Скалярний, векторний та мішаний добуток векторів	
	<b>Змістовий модуль II. Аналітична геометрія</b>	
5	Прямокутна декартова система координат на площині. Пряма на площині	
6	Лінії другого порядку	
7	Площина і пряма у просторі	
8	Поверхні другого порядку	
	<b>Змістовий модуль III. Вступ до математичного аналізу</b>	
9	Функції та їх основні властивості. Елементарні функції	
10	Границя послідовності	
11	Границя функції	
12	Неперервність функції	
	<b>Змістовий модуль IV. Диференціальне числення функції однієї змінної</b>	
13	Похідна функції	
14	Диференціал функції	
15	Основні теореми диференціального числення.	
16	Дослідження функції та побудова її графіка	
	<b>Змістовий модуль V. Інтегральне числення</b>	
17	Первісна і невизначений інтеграл. Методи інтегрування	
18	Інтегрування основних класів функцій	
19	Визначений інтеграл. Формула Ньютона—Лейбніца.	
20	Методи обчислення визначених інтегралів	
21	Застосування визначеного інтеграла	
	<b>Змістовий модуль VII. Диференціальні рівняння</b>	
22	Основні поняття теорії диференціальних рівнянь. Теорема про існування та єдиність розв'язку	
23	Основні види диференціальних рівнянь першого порядку	
24	Диференціальні рівняння першого порядку	
	Разом годин: 81	

**ЗМІСТ**  
**дисципліни**  
**“ВИЩА МАТЕМАТИКА”**

**Змістовий модуль I. Основи лінійної та векторної алгебри**

**Тема 1. Матриці та операції над ними**

Поняття матриці. Види матриць. Операції над матрицями: транспонування матриці, додавання двох матриць, множення матриці на число, множення двох матриць. Властивості операцій над матрицями.

*Література* [1–8; 10; 11]

**Тема 2. Визначники**

Визначники квадратних матриць (другого та третього порядків, загальний випадок). Властивості визначників. Мінори та алгебраїчні доповнення. Розклад визначників за елементами рядків та стовпців. Методи обчислення визначників.

*Література* [1–8; 10; 11]

**Тема 3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь**

Системи лінійних алгебраїчних рівнянь, їх розв'язки. Метод Крамера розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Обернена матриця. Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь.

Методи Гаусса і Жордана–Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь.

Означення та обчислення рангу матриці. Критерії сумісності та визначеності системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Однорідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Задачі економічного змісту, які приводять до розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

*Література* [1–8; 10; 11]

**Тема 4. Вектори. Лінійна залежність та лінійна незалежність векторів. Розклад вектора за базисом. Скалярний, векторний та мішаний добутки векторів**

Поняття вектора. Лінійні операції над векторами. Колінеарні і компланарні вектори. Умови колінеарності і компланарності векторів. Лінійна залежність та лінійна незалежність векторів. Розклад вектора за базисом.

Скалярний, векторний і мішаний добутки векторів.

*Література* [1–8; 10; 11]

**Змістовий модуль II. Аналітична геометрія**

**Тема 5. Прямокутна декартова система координат на площині. Пряма на площині**

Поняття про прямокутну декартову систему на площині. Її основні задачі.

Різні види рівнянь прямої на площині (рівняння прямої, що проходить через задану точку і має відомий вектор напрямку; рівняння прямої, що проходить через дві відомі точки; рівняння прямої “у відрізках на осях”; рівняння прямої, що проходить через відому точку і має відомий вектор нормалі; рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом; загальне рівняння прямої).

Взаємне розміщення двох прямих на площині. Кут між прямими.

Відстань від точки до прямої.

*Література* [1–7; 9–11]

**Тема 6. Лінії другого порядку**

Коло. Еліпс. Гіпербола. Асимптоти гіперболи. Парабола. Загальне рівняння ліній другого порядку. Зведення загального рівняння лінії другого порядку до канонічного вигляду.

*Література* [1–7; 9–11]

**Тема 7. Площина і пряма у просторі**

Система координат у просторі.

Різні види рівнянь площини. Взаємне розміщення двох площин. Кут між

площинами. Відстань від точки до площини.

Різні види рівнянь прямої у просторі. Взаємне розміщення прямої і площини. Кут між прямою і площиною. Взаємне розміщення двох прямих у просторі.

*Література* [1–7; 9–11]

### **Тема 8. Поверхні другого порядку**

Канонічні рівняння поверхонь другого порядку. Перетин поверхонь другого порядку з площинами.

*Література* [1–6; 9]

## **Змістовий модуль III. Вступ до математичного аналізу**

### **Тема 9. Функції та їх основні властивості. Елементарні функції**

Поняття функції. Область визначення і область значень функції. Способи задання функції. Функції, які використовуються в економічних дослідженнях. Основні властивості функцій. Обернена і складена функції.

Основні елементарні функції. Елементарні функції.

*Література* [1–7; 10–12]

### **Тема 10. Границя послідовності**

Числові послідовності та способи їх задання. Деякі види числових послідовностей (обмежені, монотонні).

Поняття границі послідовності. Збіжні і розбіжні послідовності. Основні теореми про границі послідовностей. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності.

*Література* [1–7; 10–12]

### **Тема 11. Границя функції**

Поняття границі функції в точці. Односторонні границі функції. Основні теореми про границі. Розкриття невизначеностей. Важливі границі. Задача про безперервне нарахування відсотків.

*Література* [1–7; 10–12]

### **Тема 12. Неперервність функції**

Поняття неперервної функції в точці та на проміжку. Різні означення неперервної функції. Основні теореми про неперервні функції. Неперервність основних елементарних функцій. Точки розриву функцій та їх класифікація.

*Література* [1–7; 10–12]

## **Змістовий модуль IV. Диференціальне числення функції однієї змінної**

### **Тема 13. Похідна функції**

Поняття похідної функції. Геометричний, механічний та економічний зміст похідної. Зв'язок між неперервністю та диференційованістю функції.

Правила диференціювання. Похідні основних елементарних функцій. Таблиця похідних. Похідна складної, оберненої і неявної функцій.

Похідні вищих порядків. Застосування похідної в економіці.

*Література* [1–7; 10–12]

### **Тема 14. Диференціал функції**

Поняття диференціала функції. Правила знаходження диференціала. Зв'язок диференціала з похідною. Диференціал складної функції.

Диференціали вищих порядків.

*Література* [1–7; 10–12]

### **Тема 15. Дослідження функції та побудова її графіка**

Зростання і спадання функції. Точки екстремуму і екстремуми функції.

Опуклість вгору і вниз функції. Точки перегину. Асимптоти графіка функції.

Загальна схема дослідження функції та побудова її графіка.

*Література* [1–7; 10–12]

## **Змістовий модуль V. Інтегральне числення**

### **Тема 16. Первісна і невизначений інтеграл. Методи інтегрування**

Поняття первісної функції і невизначеного інтеграла. Властивості невизначеного інтеграла. Інтеграли від основних елементарних функцій. Таблиця невизначених інтегралів. Зв'язок з таблицею похідних функцій.

Методи інтегрування (безпосереднє інтегрування, інтегрування заміною змінної, інтегрування за частинами).

*Література* [1–7; 10–12]

### **Тема 17. Інтегрування основних класів функцій**

Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування деяких класів функцій, що містять ірраціональності. Підстановки Ейлера.

Інтегралі, які не виражаються через елементарні функції.

*Література* [1–7; 10–12]

### **Тема 18. Визначений інтеграл. Формула Ньютона–Лейбніца.**

#### **Методи обчислення визначених інтегралів**

Задача про обчислення площі криволінійної трапеції. Геометричний зміст визначеного інтеграла. Ознаки інтегрованості. Властивості визначеного інтеграла.

Визначений інтеграл зі змінною верхньою межею. Формула Ньютона—Лейбніца.

Методи обчислення визначених інтегралів (інтегрування заміною змінної, інтегрування за частинами).

*Література* [1–7; 10–12]

### **Тема 19. Основні поняття теорії диференціальних рівнянь. Теорема про існування та єдиність розв'язку**

Поняття диференціального рівняння. Загальний і частинний розв'язок диференціального рівняння. Задача Коші. Теорема про існування та єдиність розв'язку диференціального рівняння. Використання диференціальних рівнянь в економіці.

*Література* [1–7; 10–12]

### **Тема 20. Основні види диференціальних рівнянь першого порядку**

Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні та лінійні диференціальні рівняння першого порядку.

*Література* [1–7; 10–12]



## **ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ**

Кожне завдання містить 10 варіантів. Студент виконує той варіант, номер якого збігається з останньою цифрою номера його залікової книжки (цифра "0" відповідає варіанту 10).

Контрольну роботу студенти виконують у зошиті або на аркушах паперу формату А4 з полями для позначок викладача. Для кожного завдання потрібно вказати номер та переписати умову. Розв'язання завдань має містити необхідні пояснення та обґрунтування, необхідні рисунки. У розрахунках потрібно дотримуватися правил наближених обчислень.

При недотриманні студентом зазначених вимог його контрольна робота не перевіряється і не зараховується.

## **ЗАВДАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ**

### **Завдання 1**

Систему рівнянь записати в матричній формі, розв'язати матричним методом та методом Гауса.

$$1. \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 2, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 = -1, \\ 3x_1 + 4x_2 + 8x_3 = 6. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -3, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 5. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases} \quad 4. \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -8, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases} \quad 6. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -1, \\ 9x_1 + 4x_2 - 7x_3 = -1, \\ 14x_1 + 6x_2 - 11x_3 = -2. \end{cases} \quad 8. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} -x_1 - 5x_2 + x_3 = 4, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 = -4. \end{cases} \quad 10. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = -1, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4. \end{cases}$$

## Завдання 2

Показати, що вектори  $a_1, a_2, a_3$  утворюють базис тривимірного векторного простору, та розкласти вектор  $b$  за цим базисом (при розв'язуванні системи лінійних алгебраїчних рівнянь використати метод Крамера).

1.  $\vec{a}_1 = (3; -1; -5), \vec{a}_2 = (3; -2; -8), \vec{a}_3 = (0; 1; 2), \vec{b} = (-3; 1; 2)$ .
2.  $\vec{a}_1 = (1; -5; 2), \vec{a}_2 = (2; 3; 0), \vec{a}_3 = (1; -1; 1), \vec{b} = (3; 5; 1)$ .
3.  $\vec{a}_1 = (3; 0; 1), \vec{a}_2 = (-2; 5; 2), \vec{a}_3 = (-8; -2; 3), \vec{b} = (-9; 15; 5)$ .
4.  $\vec{a}_1 = (2; 1; 1), \vec{a}_2 = (1; -1; 1), \vec{a}_3 = (1; 3; 1), \vec{b} = (3; -4; 2)$ .
5.  $\vec{a}_1 = (1; 2; 3), \vec{a}_2 = (2; 2; 3), \vec{a}_3 = (1; 1; 1), \vec{b} = (5; 7; 10)$ .
6.  $\vec{a}_1 = (2; 4; 2), \vec{a}_2 = (-1; -3; 3), \vec{a}_3 = (-1; 2; 0), \vec{b} = (-5; 1; -15)$ .
7.  $\vec{a}_1 = (2; 3; 4), \vec{a}_2 = (3; -2; 1), \vec{a}_3 = (-1; 2; 1), \vec{b} = (4; 3; 6)$ .
8.  $\vec{a}_1 = (1; 2; 3), \vec{a}_2 = (0; 5; -2), \vec{a}_3 = (3; -2; 1), \vec{b} = (-1; 9; 15)$ .
9.  $\vec{a}_1 = (-2; 3; 7), \vec{a}_2 = (1; -4; 0), \vec{a}_3 = (2; 1; 3), \vec{b} = (-6; 1; 1)$ .
10.  $\vec{a}_1 = (-1; 4; -3), \vec{a}_2 = (-2; -1; 2), \vec{a}_3 = (3; 0; 7), \vec{b} = (7; 2; 3)$ .

## Завдання 3

Задано трикутник із вершинами у точках  $A, B, C$ . Знайти рівняння сторін  $AB, AC, BC$  та висоти  $AK$ , величину кута  $BAC$ , координати точки  $K$ .

1.  $A(0;1), B(-3;2), C(-3;-1)$ .
2.  $A(0;1), B(-1;2), C(-3;5)$ .
3.  $A(2;2), B(-3;2), C(1;-1)$ .
4.  $A(-2;0), B(2;3), C(-1;-2)$ .
5.  $A(0;2), B(2;3), C(1;3)$ .
6.  $A(-2;0), B(-3;2), C(1;-1)$ .
7.  $A(-2;0), B(1;2), C(1;-1)$ .
8.  $A(-3;0), B(-3;2), C(1;-1)$ .
9.  $A(-2;0), B(-3;2), C(0;-1)$ .
10.  $A(2;0), B(4;3), C(0;-1)$ .

## Завдання 4

Знайти границі функцій (не використовуючи правило Лопіталя).

1. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^6 - x + 5}{x^6 + 3x^2 + 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{5x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 3} (3x - 8)^{\frac{2}{x-3}}$ .
2. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 - 4x^2 + x}{2x^5 + 2x - 3}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 6x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x}{2x-3} \right)^{3x}$ .
3. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - 3x^2 + 5}{3x^5 + 4x^2 - x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{5x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{x-2}}$ .
4. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 4x^2 + 4x}{2x^3 + 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (x \operatorname{ctg} 3x)$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+8}{x-2} \right)^x$ .
5. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4 + x^2 + x}{x^4 + 3x + 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(2-x)}{x-2}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x}{1+2x} \right)^{-4x}$ .
6. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^4 + 6x^2 + 5}{4x^4 - 5x^2 + 3x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{4x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x+1} \right)^{2x-3}$ .
7. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{6x^2 + 4x + 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{5x^2}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{5}{x+2}}$ .
8. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 9}{7x^2 + 10x + 5}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\operatorname{tg} 5x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+4}{x+8} \right)^{-3x}$ .
9. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 10x^2 - 3}{2x^5 - x^3 + 8}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x-3} \right)^{2x+1}$ .
10. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 4x^2 + 1}{2x^5 - 3x^2 - x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 \operatorname{ctg} 3x)$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+2} \right)^{x+5}$ .

### Завдання 5

Знайти похідну функції.

1.  $y = \cos\sqrt{x+x^2}$ .

2.  $y = x^4 \sin 4x + \ln x$ .

3.  $y = \frac{\arcsin x^3}{x^2}$ .

4.  $y = \ln \frac{x^2}{2x-1}$ .

5.  $y = e^{\sin x} \ln x$ .

6.  $y = e^{2x} \operatorname{tg} x$ .

7.  $y = \frac{\operatorname{tg} x^3}{x}$ .

8.  $y = \frac{x}{e^x} + \ln 2x$ .

9.  $y = x^3 \ln(\sin x)$ .

10.  $y = e^x \sin x^2$ .

### Завдання 6

Дослідити функцію та побудувати її графік. Дослідження функції рекомендуємо проводити за такою схемою:

1. Знайти область визначення функції.
2. Визначити інтервали неперервності та точки розриву функції.
3. Знайти вертикальні, похилі та горизонтальні асимптоти графіка функції.
4. Знайти точки перетину графіка функції з осями координат.
5. Знайти інтервали зростання і спадання, точки екстремуму і екстремуми функції.
6. Знайти інтервали опуклості вгору і опуклості вниз графіка функції, точки перегину і значення функції у них.

1.  $f(x) = \frac{1}{4-x^2}$ .

2.  $f(x) = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$ .

3.  $f(x) = \frac{x^3+x}{x^2-1}$ .

4.  $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$ .

5.  $f(x) = \frac{1}{x^2-9}$ .

6.  $f(x) = \frac{x^3-1}{x}$ .

7.  $f(x) = \frac{x}{9-x^2}$ .

8.  $f(x) = \frac{x}{x^2+2x+1}$ .

9.  $f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2}$ .

10.  $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$ .

### Завдання 7

Знайти невизначені інтеграли.

1. а)  $\int \frac{\cos x}{\sin^7 x} dx$ ;

б)  $\int x^4 \ln x dx$ .

6. а)  $\int \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$ ;

б)  $\int \arccos 3x dx$ .

2. а)  $\int x \sqrt{1-x^2} dx$ ;

б)  $\int x \sin 3x dx$ .

7. а)  $\int (1+\sin^7 x) \cos x dx$ ;

б)  $\int x \cos 3x dx$ .

3. а)  $\int \frac{1}{x \ln^5 x} dx$ ;

б)  $\int \arcsin 4x dx$ .

8. а)  $\int \frac{\sqrt{\arctg x}}{x^2+1} dx$ ;

б)  $\int x e^{5x} dx$ .

4. а)  $\int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}} dx$ ;

б)  $\int x e^{-2x} dx$ .

9. а)  $\int \cos \frac{1}{x} \frac{dx}{x^2}$ ;

б)  $\int \operatorname{arcg} 4x dx$ .

5. а)  $\int \frac{\sin x}{\cos x-4} dx$ ;

б)  $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$ .

10. а)  $\int \frac{\cos x dx}{3+2 \sin x}$ ;

б)  $\int \sqrt[5]{x^2} \ln x dx$ .

### Завдання 8

Застосувати визначений інтеграл для обчислення площі фігури, обмеженої лініями.

1.  $y = -x^2 - 4x$ ,  $y = x + 4$ .
2.  $y = 2x^2 - 3x + 3$ ,  $y = 3 - x^2$ .
3.  $y = x^2 - x + 3$ ,  $y = x + 3$ .
4.  $y = 2x^2$ ,  $y = x^2 - x + 2$ .
5.  $y = 4 - x^2$ ,  $y = x + 2$ .
6.  $y = -x^2 - 2x + 8$ ,  $y = x^2 + 2x + 2$ .
7.  $y = x^2 - x$ ,  $y = x + 3$ .
8.  $y = x^2 + 3x + 4$ ,  $y = 4 - 2x^2$ .
9.  $y = 2 - x - x^2$ ,  $y = x + 2$ .
10.  $y = 9 - x^2$ ,  $y = x^2 - 6x + 9$ .

### Завдання 10

Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння першого порядку

1. а)  $y' = \frac{\sin x}{\cos^2 x} y \ln y$ ;  
б)  $y'' - 9y = 9x$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ .
2. а)  $\frac{\cos x dx}{\sqrt{1-y}} = \sin^2 x dy$ ;  
б)  $y'' + 5y' + 6y = e^{-2x}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ .
3. а)  $\frac{\cos x}{\sqrt{y+1}} dx = (1 + \sin x) dy$ ;  
б)  $y'' - 3y' - 4y = 4x^2 + \frac{3}{2}$ ,  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = \frac{3}{2}$ .
4. а)  $y' = \frac{1+e^y}{e^y} \sqrt[3]{x^2}$ ;  
б)  $y'' - 4y' + 4y = 8x^2 - 10$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ .
5. а)  $(1+y^2) dx = x^3 dy$ ;  
б)  $y'' - 9y = 8e^x$ ,  $y(0) = 4$ ,  $y'(0) = 0$ .
6. а)  $(1+y^2) \sin^2 x dx = y dy$ ;  
б)  $y'' - 5y' + 6y = 2e^{4x}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ .
7. а)  $y' = \frac{1+y}{y} \left( \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2$ ;  
б)  $y'' + y' = 3x^2$ ,  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 0$ .
8. а)  $y' = \frac{1+2\ln^3 x}{x(1+e^y)}$ ;  
б)  $y'' - 5y' + 4y = 8x - 2$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ .
9. а)  $y^3 \sqrt{1-x} dx = \frac{1}{x} dy$ ;  
б)  $y'' + 3y' = 6e^{-3x}$ ,  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = -1$ .
10. а)  $\frac{x^2+3}{\sin y} dx = (x^2+1) dy$ ;  
б)  $y'' - 6y' + 5y = 5x + 4$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 2$ .

## **ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ**

1. Сформулюйте означення матриці.
2. Назвіть основні види матриць.
3. Що називають сумою, добутком двох матриць? Як помножити матрицю на число?
4. За якими правилами обчислюють визначники 2-го та 3-го порядків?
5. Назвіть властивості визначників.
6. Сформулюйте означення мінору та алгебраїчного доповнення елемента матриці.
7. Вкажіть методи обчислення визначників  $n$ -го порядку.
8. Сформулюйте означення оберненої матриці. Як знайти таку матрицю?
9. За яких умов існує обернена матриця?
10. Що таке ранг матриці? Як його знайти?
11. Сформулюйте означення системи лінійних алгебраїчних рівнянь та її розв'язку.
12. Як розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь методом Крамера?
13. Як розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гауса?
14. Як розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь матричним методом?
15. Сформулюйте критерії сумісності та визначеності системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
16. Яку систему лінійних алгебраїчних рівнянь називають однорідною?
17. Що називають вектором? Наведіть приклади векторних величин.
18. Сформулюйте означення суми і різниці векторів, добутку вектора на число.
19. Які вектори називають колінеарними? Сформулюйте умову колінеарності двох векторів у просторі.
20. Які вектори називають компланарними? Сформулюйте умову компланарності трьох векторів у просторі.
21. Сформулюйте означення лінійно залежної і лінійно незалежної системи векторів.
22. Як розкласти вектор за певним базисом?
23. Що називають скалярним добутком векторів?
24. Що називають векторним добутком векторів? Як можна використати векторний добуток векторів для обчислення площі паралелограма і площі трикутника?
25. Що називають мішаним добутком векторів? Як обчислити мішаний добуток трьох векторів? Як можна використати мішаний добуток векторів для обчислення об'єму паралелепіпеда і об'єму тетраедра?
26. Запишіть відомі Вам рівняння прямої на площині і у просторі.
27. Як визначити взаємне розміщення двох прямих на площині й у просторі?
28. Як визначити кут між прямими?
29. Як визначити відстань від точки до прямої?
30. Сформулюйте означення кола. Запишіть його канонічне рівняння.
31. Сформулюйте означення еліпса. Запишіть його канонічне рівняння.
32. Як визначити координати фокусів та ексцентриситет еліпса?
33. Сформулюйте означення гіперболи та її асимптот. Запишіть канонічне рівняння гіперболи.
34. Сформулюйте означення параболи, її фокуса та директриси. Запишіть канонічне рівняння параболи.
35. Запишіть загальне рівняння лінії другого порядку
36. Сформулюйте означення функції.
37. Які є способи задання функції?
38. Що називають областю визначення та областю значень функції?
39. Наведіть приклади застосування функцій в економіці.
40. Сформулюйте означення границі послідовності.
41. Які послідовності називають збіжними, розбіжними? Наведіть приклади.

42. Сформулюйте основні теореми про границі послідовностей.
43. Які послідовності називають нескінченно малими (великими)? Наведіть приклади.
44. Який зв'язок існує між нескінченно малими та нескінченно великими послідовностями?
45. Сформулюйте означення границі функції в точці.
46. Яку границю функції називають односторонньою?
47. Сформулюйте теорему про існування границі функції в точці.
48. Запишіть першу і другу чудові границі.
49. Сформулюйте означення функції, неперервної в точці, мовою границь і мовою проростів.
50. Сформулюйте означення функції, неперервної на проміжку.
51. Сформулюйте основні теореми про неперервні функцій.
52. Назвіть основні властивості функцій, неперервних на відрізку.
53. Що таке точка розриву функції? Які бувають точки розриву функції? Наведіть приклади.
54. Що таке приріст аргументу і приріст функції?
55. Сформулюйте означення похідної функції в точці.
56. Яку функцію називають диференційованою в точці?
57. Що таке диференціювання функції?
58. У чому полягає геометричний, механічний та економічний зміст похідної функції?
59. Який існує зв'язок між неперервністю і диференційованістю функції?
60. Назвіть основні правила обчислення похідних.
61. Запишіть похідні основних елементарних функцій.
62. Як обчислюють похідні складених та обернених функцій?
63. Що таке похідна другого порядку, похідна  $n$ -го порядку?
64. Що таке диференціал функції? Назвіть основні правила знаходження диференціала.
65. Який існує зв'язок між диференціалом і похідною функції?
66. Сформулюйте достатні умови зростання (спадання) функції. Як знайти інтервали зростання і спадання функції?
67. Сформулюйте означення точки мінімуму (точки максимуму) функції, мінімуму (максимуму) функції. Наведіть приклади.
68. Що таке точки екстремуму і екстремуми функції?
69. Які точки називають критичними точками функції? Як їх знайти?
70. Сформулюйте достатню умову існування екстремуму.
71. Як знайти точки екстремуму і екстремуми функції?
72. Яку функцію називають опуклою вгору, опуклою вниз на інтервалі? Сформулюйте достатні умови опуклості вгору і опуклості вниз функції. Як знайти інтервали опуклості вгору і опуклості вниз функції?
73. Що таке точка перегину функції? Як знайти точки перегину функції?
74. Сформулюйте означення асимптоти кривої. Як знайти вертикальні, горизонтальні і похилі асимптоти графіка функції?
75. За якою схемою проводять дослідження функції з метою побудови її графіка?
76. Сформулюйте означення первісної функції та невизначеного інтеграла.
77. Назвіть властивості невизначеного інтеграла.
78. Запишіть, чому дорівнюють інтеграли від основних елементарних функцій.
79. Назвіть основні методи інтегрування. Наведіть приклади.
80. Сформулюйте означення визначеного інтеграла та вкажіть його основні властивості.
81. Який геометричний та економічний зміст визначеного інтеграла?
82. Що таке інтеграл зі змінною верхньою межею? Які він має властивості?

83. Запишіть формулу Ньютона-Лейбніца.
84. Назвіть основні методи обчислення визначених інтегралів. Наведіть приклади.
85. Як застосовують визначені інтеграли для обчислення площ плоских фігур? Наведіть приклади.
86. Як застосовують визначені інтеграли для обчислення довжини лінії? Наведіть приклади.
87. Сформулюйте означення диференціального рівняння. Наведіть приклади.
88. Що називають порядком диференціального рівняння?
89. Сформулюйте означення загального та частинного розв'язків диференціального рівняння. Що таке задача Коші?
90. Сформулюйте теорему про існування та єдиність розв'язку диференціального рівняння.
91. Які диференціальні рівняння називають рівняннями з відокремлюваними змінними? Вкажіть спосіб їх розв'язування.
92. Що таке однорідне диференціальне рівняння першого порядку? Як знайти його розв'язок?
93. Які диференціальні рівняння називають лінійними однорідними та лінійними неоднорідними рівняннями першого порядку? Як знайти їх розв'язки?

## **СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ**

### *Основна*

1. Жильцов О. Б., Торбін О. Б. Вища математика з елементами інформаційних технологій: Навч. посіб. — К.: МАУП, 2002. — 408 с.
2. Практикум з вищої математики: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / І. І. Юртин, О. Ю. Дюженкова, О. Б. Жильцов та ін.; За ред. І. І. Юртина. — К.: МАУП, 2003. — 248 с.
3. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман; Под ред. проф. Н. Ш. Кремера — М.: ЮНИТИ, 2000. — 471 с.
4. Шипачев В. С. Высшая математика. — М.: Высш. шк., 1990. — 479 с.
5. Барковський В. В., Барковська Н. В. Математика для економістів. Вища математика. — К.: Національна академія управління, 1999. — 399 с.
6. Кулініч Г. А., Максименко Л. О., Плахотнік В. В., Призва Г. Й. Вища математика: Основні означення, приклади і задачі: Навч. посіб: У 2 ч. — К.: Либідь, 1992. — Ч. 1. — 288 с.
7. Васильченко І. П., Данилов В. Я., Лобанов А. І., Таран Є. Ю. Вища математика: Основні означення, приклади і задачі: Навч. посіб: У 2 ч. — К.: Либідь, 1992. — Ч. 2. — 256 с.
8. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. — М.: Наука, 1975. — 423 с.
9. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Аналитическая геометрия. — М.: Наука, 1968. — 232 с.
10. Дюженкова О. Ю. Тестові завдання з дисципліни “Вища математика”. — К.: МАУП, 1999. — 56 с.
11. Лубенська Т. В., Чупаха Л. Д. Вища математика в таблицях. — К.: МАУП, 1999. — 86 с.

### *Додаткова*

12. Кудрявцев Л. Д. Математический анализ: В 2 т. — М.: Высш. шк., 1970. — Т. 1. — 590 с., Т. 2. — 422 с.
13. Математика в экономике: Учеб.-метод. пособие для вузов / Под ред. проф. Н. Ш. Кремера. — М.: Финстатинформ, 1999. — 94 с.
14. Хазанова Л. Э. Математическое моделирование в экономике: Учеб. пособие. — М.: БЕК, 1998. — 141 с.
15. Орвис В. EXCEL для ученых, инженеров и студентов. — К.: Юниор, 1999. — 528 с.
16. Плис А. И., Сливина Н. А. MATHCAD: математический практикум для экономистов и инженеров: Учеб. пособие. — М.: Финансы и статистика, 1999. — 656 с.